**NỘI DUNG HỌC HÌNH HỌC 11 TUẦN 10, 11, 12, 13**

**CHƯƠNG**

**II**

**ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN - QUAN HỆ SONG SONG**

**PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG**

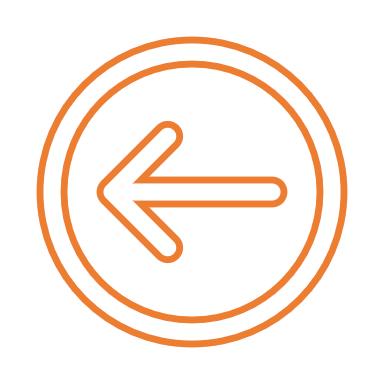
**HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**

**BÀI 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG.**

|  |
| --- |
| **MỞ ĐẦU VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN.**  A   * Mặt phẳng: Trang giấy, mặt bảng đen, mặt hồ lặng gió… cho ta hình ảnh về mặt phẳng. * Ta thường biểu diễn mặt phẳng bằng một hình bình hành và kí hiệu mp(P), mp(Q)… hay (P), (Q)…      * Điểm thuộc mặt phẳng: Với một điểm A và (P) cho trước có 2 khả năng xảy ra: * Điểm A thuộc mặt phẳng (P). Kí hiệu: * Điểm A không thuộc mặt phẳng (P). Kí hiệu:   **Hình biểu diễn của một hình không gian:**   * Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng. * Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau. * Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng. * Đường nhìn thấy vẽ nét liền, đường bị che khuất vẽ nét đứt.     B  **CÁC TIÊN ĐỀ.**  **Tính chất 1 :** Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.  **Tính chất 2:** Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.  Vậy: Ba điểm A, B, C không thẳng hàng xác định một mặt phẳng và kí hiệu mp(ABC)  **Tính chât 3:** Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.  **Tính chất 4:** Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng. Nếu có nhiều điểm thuộc một mặt phẳng thì ta nói các điểm đó đồng phẳng, còn nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói chúng không đồng phẳng.  C  **CÁCH XÁC ĐỊNH MỘT MẶT PHẲNG.**  Mặt phẳng được hoàn toàn xác định nếu biết:   * Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng. Kí hiệu: mp (ABC) hay (ABC) * Nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó. Kí hiệu: mp(A,d) * Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau. Kí hiệu: mp(a,b) * Nó chứa hai đường thẳng song song.       D  **HÌNH CHÓP VÀ HÌNH TỨ DIỆN.**   1. **Hình chóp**.  * Trong mặt phẳng , cho biết đa giác A1,A2… An và điểm S ∉ . Hình gồm n tam giác SA1A2; SA2A3 và đa giác A1A2… An gọi là hình chóp. Ký hiệu S.A1A2… An . * S gọi là đỉnh của hình chóp. * Các mặt phẳng chứa tam giác SA1A2; SA2A3; …; SAnA1 được gọi là mặt bên.  được gọi là mặt đáy. * Các cạnh SA1; SA2; … SAn được gọi là cạnh bên. * Các cạnh của đa giác A1A2…An  được gọi là cạnh đáy của đa giác. * Tùy theo hình dạng của mặt đáy mà ta có hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác,…  1. **Phân loại.**  * Tùy theo đáy là tam giác, tứ giác… mà hình chóp tương ứng gọi là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác,… * Hình chóp tam giác còn gọi là tứ diện. * Hình tứ diện có 4 mặt là 4 tam giác đều gọi là tứ diện đều. Như vậy: tứ diện đều có 6 cạnh bằng nhau.          1. **Thiết diện.**     Thiết diện của hình chóp và mặt phẳng α là phần chung của mặt phẳng α và hình chóp |

**TÌM GIAO TUYẾN HAI MẶT PHẲNG – LOẠI 1**

|  |
| --- |
| Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta có thể tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng. Khi đó giao tuyến là đường thẳng đi qua hai điểm chung đó.  Ta có:  Vậy: |



***Ví dụ minh họa***

Ví dụ 1

|  |
| --- |
| Cho tứ giác ABCD sao cho các cạnh đối không song song với nhau. Lấy một điểm S không thuộc mặt phẳng (ABCD). Xác định giao tuyến của mặt phẳng :  **a)** (SAC) và (SBD). **b)** (SAB) và (SCD).  **c)** (SAD) và (SBC). |

***Lời giải***

**a)**

Ta có: 

Trong (ABCD) gọi 





Từ (1) và (2) suy ra: 

**b)**

Ta có 

Trong (ABCD) gọi 



Từ (3) và (4) suy ra: 

**c)**

Ta có 

Trong (ABCD) gọi 



Từ (5) (6) suy ra .

Ví dụ 2

|  |
| --- |
| Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC.  **a)** Tìm giao tuyến của mặt phẳng (IBC) và mặt phẳng (JAD).  **b)** Lấy điểm M thuộc cạnh AB, N thuộc cạnh AC sao cho M, N không là trung điểm. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (IBC) và (DMN). |

***Lời giải***

**a)** 

Ta có: 

Lại có:  

Từ (1) và (2) : 

b) 

Trong (ABD) gọi 



Trong (ACD) gọi 



Từ (1) và (1) : 



***Bài tập tự luyện***

1. Cho hình chóp SABCD đáy ABCD là hình thang (AB song song DC và AB > CD). Tìm giao tuyến của:

**a)** (SAB) và (ABCD) . **b)** (SAD) và (SBC). **c)** và .

1. Cho S là một điểm không thuộc mặt phẳng hình bình hành ABCD. Gọi N là trung điểm BC. Tìm giao tuyến của:

**a)** (SAC) và (SBD). **b)** (SAN) và (ACD).

**c)** (SAN) và (SBD). **d)** (SDN) và (SAC).

1. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. Lấy điểm M thuộc miền trong tam giác SCD. Tìm giao tuyến của:

**a)** (SBM) và (SCD). **b)** (AMB) và (SCD).

**c)** (ABM) và (SAC). **d)** (ACM) và (SBD).

1. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang nhận cạnh AB làm đáy lớn. Gọi E, F là trung điểm của SA, SC. M là một điểm tùy ý trên cạnh SD. Tìm giao tuyến của:

**a)** (SAC) và (SBD). **b)** (SAD) và (SBC).

**c)** (SAB) và (SDC). **d)**(MEF) và (MAB).

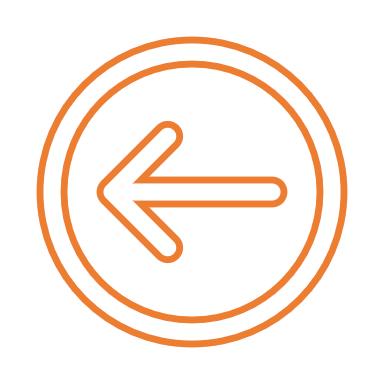
1. Cho tứ diện ABCD với I là trung điểm của BD. Gọi E, F là trọng tâm các tam giác ABD và CBD. Tìm giao tuyến của :

**a)** (IEF) và (ABC) . **b)** (IAF) và (IEC).

1. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thang, đáy lớn AD. Biết cạnh AB cắt cạnh CD tại E, AC cắt BD tại F.
   1. Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD); (SAC) và (SBD).
   2. Tìm giao tuyến của (SEF) với (SAD), (SBC).
2. Cho hình bình hành ABCD và S không nằm trong mặt phẳng chứa hình bình hành. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm các đoạn AB, BC, SD. Tìm giao tuyến của (MNE) với (SAD), (SCD), (SAB), (SBC).
3. Cho hình bình hành ABCD và điểm S không nằm trong mặt phẳng chứa hình bình hành. Gọi M, E lần lượt là trung điểm các đoạn AB, SD. N là điểm đối xứng với B qua C. Tìm giao tuyến của (MNE) với (SCD), (SBD), (SAD), (SAB).

**TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG.**

|  |
| --- |
| **1)** Trong  có sẵn đường thẳng b cắt a tại I thì giao điểm là I.    **2)** Trong  không có sẵn đường thẳng cắt a ta thực hiện:   * Chọn mặt chứa đường thẳng. * Đi tìm giao tuyến bình thường. * Điểm chung là điểm hai đường giao nhau. |



***Ví dụ minh họa***

Ví dụ

|  |
| --- |
| Cho hình chóp  có đáy ABCD là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J là trung điểm SA, SB. Lấy điểm M tùy ý trên cạnh SD. Tìm giao điểm của:  **a)**  và **b)**  và **c)**  và |

***Lời giải***

**a)** 

**Bước 1:** Chọn (SAD) chứa IM.

**Bước 2:** Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC)

Có  (1).

Trong (ABCD) gọi

(2).

Từ (1) và (2) suy ra: .

**Bước 3:** Trong (SAD) gọi

Vậy: 

**b)**

**Bước 1:** Chọn (SBD) chứa JM.

**Bước 2:** Tìm giao tuyến của (SBD) và (SAC).

Có  (3).

Trong (ABCD) gọi 

(4).

Từ (3) và (4) suy ra .

**Bước 3**: Trong (SBD) gọi .

Vậy: 

**c)**

**Bước 1:** Có  (5).

Có  (6).

Từ (5) và (6) suy ra: .

**Bước 2:** Trong (SBC) gọi .

Vậy: 



***Bài tập tự luyện***

**Bài 1)** Cho hình chóp có đáy là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song với nhau. Gọi  là trung điểm của .

**a)** Tìm giao điểm của và.

**b)** Tìm giao điểm của và.

**c)** Tìm giao điểm của và.

**d)** Tìm giao điểm của và.

**e)** Tìm giao điểm của và.

**f)** Tìm giao điểm của và.

**Bài 2)** Cho hình chóp SABCD, đáy là hình thoi tâm O. Gọi M là trung điểm của SB. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD.

**a)** Tìm giao điểm I của GM và (ABCD).

**b)** Tìm giao điểm J của AD và (OMG).

**c)** Tìm giao điểm K của SA và (OMG).

**Bài 3)** Cho hình chóp  có đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J, K là điểm trên cạnh  .

**a)** Tìm giao điểm củavà .

**b)** Tìm giao điểm của và .

**c)** Tìm giao điểm của SC và.

**d)** Tìm giao điểm của SC và.

**Bài 4)** Cho hình chóp có đáy ABCD là hình bình hành. M là trung điểm của là trọng tâm 

**a)** Tìm giao điểm của và .

**b)** Tìm giao điểm của và.

**c)** Tìm giao điểm của và.

**d)** Tìm giao điểm của và.

**Bài 5)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O. Gọi E là trung điểm của SC.

**a)** Tìm giao tuyến của và .

**b)** Tìm giao tuyến của và .

**c)** Tìm giao điểm của SD và .

**Bài 6)** Cho hình chóp S.ABCD, đáy là hình bình hành ABCD. Gọi M là trung điểm của SD.

**a)** Tìm giao điểm I của BM và . Chứng minh: .

**b)** Tìm giao điểm E của SA và . Chứng minh E là trung điểm của SA.

**Bài 7)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song với nhau. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD.

**a)** Tìm giao điểm E của BD và .

**b) T**ìm giao điểm F của MN và  .

**c)** Tìm giao điểm G của SD và .

**d)** Tìm giao điểm H của SA và .

**Bài 8)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD, đáy lớn AD. Gọi E và F là hai điểm lần lượt nằm trên hai cạnh SB và CD.

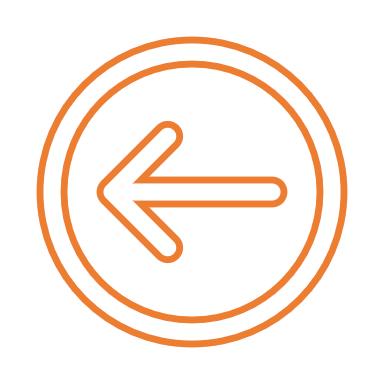
**a)** Tìm giao điểm H của EF và .

**b)** Tìm giao điểm Q của BC và.

**c)** Tìm giao điểm K của SC và.

**TÌM THIẾT DIỆN CỦA HÌNH CHÓP VÀ MẶT PHẲNG.**

|  |
| --- |
| * Ta tìm các đoạn giao tuyến của mặt phẳng với tất cả các mặt của hình chóp. * Nối các đoạn giao tuyến này tạo thành một đa giác. * Đa giác chính là thiết diện. |



***Ví dụ minh họa***

|  |
| --- |
| Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. Lấy điểm M, N thuộc miền trong của tam giác SBC và SCD.  **a)** Tìm giao điểm của MN với .  **b)** Tìm giao điểm của SC với .  **c)** Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD với. |

***Lời giải***

**a)** Trong  gọi .

Trong  gọi .

**Bước 1:** Chọn  chứa MN.

**Bước 2:** Có  (1)

Trong gọi



(2).

Từ (1) và (2) suy ra: 

**Bước 3:** Trong  gọi



**b)** Có  (3)

Có  (4).

Từ (3) và (4) suy ra: 

Trong (SAC) gọi 

Vậy: 

**c)** Có .

Trong gọi .

Có .

Trong gọi .

Từ đó suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác APQR.



***Bài tập tự luyện***

1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là **hình thang**, đáy lớn AB. Gọi M, N là trung điểm của SB và SC.
2. Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC).
3. Tìm giao điểm của SD và (AMN).
4. Tìm thiết diện của hình chóp với (AMN).
5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là **hình bình hành**. Gọi M, N, P là trung điểm của BC, CD, SA.
6. Trên SC lấy một điểm I bất kỳ (khác S và C). Tìm giao điểm của AI và (MNP).
7. Tìm thiết diện của hình chóp với (MNP).
8. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là **hình bình hành** tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SB, SD, OC.

**a)** Tìm giao tuyến của (MNP) và (SAC).

**b)** Tìm giao điểm của SA và (MNP).

**c)** Tìm thiết diện của hình chóp với (MNP).

**Câu 5)** Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là **tứ giác** có các cặp cạnh đối không song song. Điểm P nằm trong tam giác SAB và điểm M thuộc cạnh SD sao cho  .

**a)** Tìm giao tuyến của  và.

**b)** Tìm giao điểm của SC và  .

**c)** Gọi N là trung điểm của AD. Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng và hình chóp.